

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ
КАФЕДРА ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

Олена КАШПУР

« 16 » січня 2024 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Алгебра та геометрія

галузь знань	12 Інформаційні технології
спеціальність	124 Системний аналіз
освітній рівень	бакалавр
освітня програма	Системний аналіз
вид дисципліни	обов'язковий

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2023/2024
Семестр	1, 2
Кількість кредитів ECTS	14 (6+8)
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі **Шакотько Т.І.** (лекційні і практичні заняття) **асистенти : Браганець О.А.**
(практичні заняття)

Пролонговано: на 20__/20__ н. р. _____ (_____) «__»__ 20__ р.

на 20__/20__ н. р. _____ (_____) «__»__ 20__ р.

Мета дисципліни – поглибити знання студентів з аналітичної геометрії, вивчення стандартних методів розв’язання систем лінійних рівнянь, теорії визначників і многочленів від однієї змінної, теорії лінійних просторів і базових властивостей лінійних перетворень на них.

1. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни: шкільний курс математики в повному обсязі.

2. Анотація навчальної дисципліни. Навчальна дисципліна «Алгебра та геометрія» є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти галузі знань 12 «Інформаційні технології» в рамках освітньо-професійної програми «Системний аналіз».

Дисципліна знайомить слухачів з основними поняттями аналітичної геометрії і лінійної алгебри, різними методами доведення тверджень, вчить використовувати алгебраїчні структури в абстрактних та прикладних задачах.

Дана дисципліна належить до переліку обов’язкових навчальних дисциплін. Викладається в перших двох семестрах в обсязі – 1 семестр 180 год., (**6 кредитів ECTS**) зокрема: лекції – 42 год., практичні заняття – 42 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 94 год. та 2 семестр 240 год., (**8 кредитів ECTS**) зокрема: лекції – 50 год., практичні заняття – 50 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 138 год. У курсі передбачено 6 змістових частини та 6 контрольних робіт. В кінці кожного семестру проводиться іспит.

В результаті успішного навчання з дисципліни студенти повинні:

Знати:

1. Основні методи роботи з координатами в просторі.
2. Властивості різних інваріантів матриць (визначник, слід, ранг, власне число, власний вектор) і лінійних перетворень лінійних просторів.
3. Основні методи доведення теорем на прикладі теорем лінійної алгебри (доведення до абсурду, метод математичної індукції, пряма дедукція, доведення критеріїв, аналогія, формалізація і аксіоматичний метод).

Вміти:

1. Застосовувати набуті знання для розв’язання задач аналітичної геометрії
2. Використовувати матриці і оператори в задачах лінійної алгебри.

4. Завдання (навчальні цілі). Основними завданнями дисципліни «Алгебра та геометрія» є набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) відповідно до кваліфікації «бакалавр системного аналізу». Зокрема, розвивати:

К03 Здатність планувати і управляти часом

К17 Здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем.

К19 Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.

К26 Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них.

5. Результати навчання за дисципліною

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)	Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)		Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН 1.1	Знати основні положення аналітичної геометрії	Лекція, самостійна робота	Контрольна робота, іспит	7%
РН 1.2	Знати основні положення теорії визначників	Лекція, самостійна робота	Контрольна робота, іспит	7%
РН 1.3	Знати основні положення теорії систем лінійних рівнянь та методів їх розв'язання	Лекція, самостійна робота		
РН 1.4	Знати основні положення теорії комплексних чисел та многочленів	Лекція, самостійна робота		
РН 1.5	Знати основні положення теорії лінійних просторів та лінійних операторів	Лекція, самостійна робота	Контрольна робота, іспит	7%
РН 1.6	Знати основні положення теорії евклідових та унітарних просторів	Лекція, самостійна робота	Контрольна робота, іспит	7%
РН 1.7	Знати основні положення теорії білінійних та квадратичних функцій	Лекція, самостійна робота		
РН 2.1	Вміти розв'язувати задачі аналітичної геометрії	Практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота, іспит	18%
РН 2.2	Вміти обчислювати визначники та розв'язувати системи лінійних рівнянь	Практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота, іспит	18%
РН 2.3	Вміти розв'язувати задачі теорії комплексних чисел та многочленів	Практичне заняття, самостійна робота		
РН 2.4	Вміти розв'язувати задачі теорії лінійних просторів та лінійних операторів	Практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота, іспит	18%
РН 2.5	Вміти розв'язувати задачі теорії евклідових та унітарних просторів	Практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота, іспит	18%
РН 2.6	Вміти розв'язувати задачі теорії білінійних та квадратичних функцій	Практичне заняття, самостійна робота		

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання.

Результати вивчення дисципліни Програмні результати навчання	PH1.1	PH1.2	PH1.3	PH1.4	PH1.5	PH1.6	PH1.7	PH2.1	PH2.2	PH2.3	PH2.4	PH2.5	PH2.6
ПРО1 Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПРО9 Вміти створювати ефективні алгоритми для обчислювальних задач системного аналізу та систем підтримки прийняття рішень.								+	+	+	+	+	+
ПР15 Розуміти українську та іноземну мови на рівні, достатньому для обробки фахових інформаційно-літературних джерел, професійного усного і письмового спілкування, написання текстів за фаховою тематикою.	+	+	+	+	+	+	+						

7. Схема формування оцінки

7.1 . Форми оцінювання студентів

Семестрове оцінювання (1 семестр):

Максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: **60 балів:**

1. Контрольна робота №1: PH1.1, PH2.1 – **20/12 балів.**
2. Контрольна робота №2: PH1.2, PH1.3, PH2.2 – **20/12 балів.**
3. Контрольна робота №3: PH1.4, PH2.3 – **20/12 балів.**

Підсумкове оцінювання (у формі іспиту):

- Максимальна кількість балів, які можуть бути отримані студентом: **40 балів.**
- Результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2, PH2.3.
- Форма проведення: письмова робота.

Семестрове оцінювання (2 семестр):

Максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: **60 балів:**

4. Контрольна робота №4: PH1.5, PH2.4 – **20/12 балів.**
5. Контрольна робота №5: PH1.6, PH2.5, PH2.2 – **20/12 балів.**
6. Контрольна робота №6: PH1.7, PH2.6 – **20/12 балів.**

Підсумкове оцінювання (у формі іспиту):

- Максимальна кількість балів, які можуть бути отримані студентом: **40 балів.**

- Результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.5, РН1.6, РН1.7, РН2.4, РН2.5, РН2.6.
- Форма проведення: письмова робота.

Якщо студент з поважних причин, які підтверджено документально, був відсутній при написанні контрольної роботи, він має право на одне перескладання з можливістю отримання максимальної кількості балів. Термін перескладання визначається викладачем.

Студент допускається до складання іспиту, якщо кількість набраних ним балів за семестр становить не менше 36 балів.

Іспит вважається незданим, якщо сумарна кількість балів з дисципліни складає менше 60 балів.

Критерії оцінювання на іспиті

Завдання	Тема завдання	Максимальний відсоток від 40 балів	Всього балів
Завдання 1	Питання по теоретичному матеріалу курсу	25%	10
Завдання 2		25%	10
Завдання 3	Практичне завдання на основі теоретичного матеріалу курсу	25%	10
Завдання 4		25%	10

Питання для підготовки до іспиту з алгебри та геометрії 1 семестр

1. Поняття афінної площини. Теорема про вигляд рівняння прямої в афінній площині.
2. Поняття прямокутної системи координат. Скалярний добуток, його властивості, вираз через. Теорема про формули переходу від однієї системи координат до іншої (для повороту).
3. Проекція вектора на пряму, площину. Поняття рівняння кривої. Нормальні рівняння прямої та площини. Теорема про обчислення відстані від точки до прямої (площини) через її нормальне рівняння.
4. Векторний добуток двох векторів і його властивості. Формули для обчислення рівняння площини, що містить три данні точки і формули для векторного добутку через визначники.
5. Мішаний добуток, його властивості. Теорема про геометричне значення величини мішаного добутку.
6. Виведення канонічних рівнянь еліпса, параболи та гіперболи. Властивості цих кривих.
7. Поняття ексцентриситету та директриси, спряженого діаметра до напрямку. Теорема про зв'язок між тангенсами нахилу спряжених.
8. Твердження про визначення положення точки площини відносно еліпса за допомогою рівняння еліпса.
9. Рівняння дотичної до кривої другого порядку, коли рівняння кривої подається у канонічній. Формулювання оптичних властивостей кривих другого порядку (доведення оптичної властивості еліпса).
10. Означення перестановки, підстановки, подвійної підстановки, інверсної пари. Поняття парності підстановки і перестановки. Твердження про співпадіння парності підстановки і оберненої до неї.
11. Поняття про визначник матриці, формули розкриття по стовпчику і по рядку.
12. Формула визначника як полілінійної функції елементів. Твердження і Наслідки про властивості визначника: 1) про визначник матриці з нульовим ряд-

- ком (дов.), 2) про зміну знаку визначника при перестановці двох рядків (дов.), 3) про визначники з однаковими рядками (дов.).
13. Теорема про визначник суми матриць.
 14. Транспонування матриці, визначник транспонованої.
 15. Обернена матриця. Властивості оберненої матриці. Способи знаходження оберненої матриці. Формули для обчислення елементів оберненої матриці.
 16. Теорема про визначник верхньотрикутної матриці (дов.).
 17. Поняття про мінори матриці і алгебраїчні. Базовадетермінантна тотожність (лінійна комбінація алгебраїчних доповнень) і ідея її доведення.
 18. Поняття рангу матриці. Теорема про існування ненульового мінору k порядку у матриці рангу k .
 19. Опис алгоритму Гауса приведення до трикутної форми. Елементарні перетворення рядків і стовпчиків матриці.
 20. Критерій рівності нулеві визначника матриці через лінійну залежність.
 21. Властивості добутку матриць.
 22. Поняття матриці (розширеної матриці) системи лінійних рівнянь. Розв'язок системи, загальний розв'язок, рівносильні системи, фундаментальна система розв'язків однорідної системи, базисні і вільні.
 23. Теорема Кронекера.
 24. Теорема Крамера (дов.).
 25. Теорема про властивості розв'язків однорідної системи та неоднорідної системи.
 26. Теорема про властивості розв'язків однорідної системи та неоднорідної системи.
 27. Поняття лінійної комбінації набору елементів. Поняття лінійної залежності елементів векторного простору. Теорема про властивості лінійно залежних систем.
 28. Поняття лінійної незалежності елементів векторного простору. Теорема про властивості лінійно незалежних систем.

Теоретичні питання для підготовки до іспиту з алгебри та геометрії 2 семестр

1. Аксиоми поля.
2. Корені з комплексного числа. Чотири властивості послідовності коренів з одиниці як степеней одного з коренів (дов.).
3. Поліноми від однієї змінної на полем. Властивості ділення поліномів. Теорема про ділення з остачею.
4. Теорема про характеристику кратного кореня через нульові значення формальних похідних полінома у відповідному корені.
5. Поняття кореня полінома. Теорема Безу про подільність полінома на двочлен (про остачу від ділення).
6. Наслідки з теореми Безу.
7. Послідовність Евкліда і теорема про властивості послідовності Евкліда (знаходження НСД многочленів).
8. Незвідні поліноми. Теорема про розклад полінома у добуток.
9. Основна теорема алгебри над полем комплексних чисел (без дов.).
10. Незвідні многочлени над \mathbf{R} . Теорема про розклад полінома на незвідні над \mathbf{R} .
11. Теорема про властивості раціональних коренів многочлена з цілими коефіцієнтами по відношенню до старшого і вільного членів.
12. Постановка задачі про інтерполяційний поліном (Лекція 7, 7-8 слайди).
13. Аксиоми векторного простору.
14. Приклади векторних просторів.
15. Теорема про властивості систем л. з. і теорема про властивості л. н. систем (дов.).
16. Означення базису, лінійної оболонки системи векторів і розмірності простору.
17. Теорема про єдиність розкладу вектора в лінійну комбінацію базисних векторів (про координати) (дов.).

18. Теорема про коректність означення розмірності (кількість елементів в різних базисах однакова).
19. Теорема про доповнення лінійно незалежної системи до базису (дов.).
20. Поняття матриці переходу від одного базису до іншого. Формула для координат вектора в різних.
21. Поняття підпростору, суми та перетину підпросторів.
22. Теорема Грасмана (дов.) .
23. Поняття лінійного перетворення, приклади.
24. Означення ядра і образу лінійного перетворення.
25. Матриця дії оператора в заданому базисі.
26. Теорема про суму розмірностей ядра та образу.
27. Теорема про властивість оборотнього оператора як взаємно однозначного лінійного відображення.
28. Поняття власного числа та власного вектора матриці (оператора). Поняття характеристичного многочлена матриці. Теорема про властивості характеристичного многочлена.
29. Теорема про лінійну незалежність власних векторів.
30. Теорема про матрицю оператора простої структури (подібність до діагональної матриці).
31. Теорема про достатню умову на оператор, щоб він був оператором простої структури.
32. Поняття інваріантного підпростору. Доведення факту, що ядро і образ оператора є інваріантними підпросторами.
33. Технічна лема одночасну інваріантність простору для оператора і його лінійного зсуву.
34. Теорема про існування над \mathbb{C} інваріантного підпростору на 1 меншої розмірності, ніж розмірність вихідного простору.
35. Поняття мінімального анулюючого многочлена, його властивості і зв'язок з оператором простої.
36. Теорема Гамільтона-Келліта теорема Жордана.
37. Норма вектора. Властивості.
38. Теорема про властивості ортогонального доповнення до підпростору.
39. Поняття ортонормованої системи. Твердження про лінійну незалежність ортонормованої системи (дов.).
40. Опис процедури ортогоналізації Грама-Шмідта (з формулами).
41. Теорема про формулу для обчислення значення скалярного добутку векторів через координати векторів в ортонормованому базисі (дов.).
42. Ознака (критерій) лінійної залежності системи векторів через визначник Грама, (дов.).
43. Лема про інваріантність ортогонального доповнення для спряженого оператора (дов.).
44. Теорема про канонічний вид матриці ортогонального оператора в евклідовому просторі.
45. Поняття самоспряженого оператора. Теорема про приведення над полем комплексних чисел самоспряженого оператора до діагонального виду (без дов.).
46. Теорема про ортогональність власних векторів самоспряженого оператора, що відповідають двом різним власним значенням.
47. Теорема про приведення ермітової матриці на \mathbb{R} до діагонального виду.
48. Поняття кореня з матриці. Теорема існування єдиного додатного кореня з додатної матриці.
49. Теорема про полярний розклад невиродженої матриці (дов.)
50. Поняття квадратичної функції і квадратичної форми. Канонічна форма квадратичної функції, приведення до канонічної форми методом Лагранжа і теорема Якобі.
51. Поняття рангу та інерції квадратичних форм. Закон інерції квадратичних форм.

7.2 . Організація оцінювання

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота № 1: до 7 практичного заняття 1 семестру.
2. Контрольна робота № 2: до 15 практичного заняття 1 семестру.
3. Контрольна робота № 3: до 21 практичного заняття 1 семестру.
4. Контрольна робота № 4: до 8 практичного заняття 2 семестру.
5. Контрольна робота № 5: до 13 практичного заняття 2 семестру.
6. Контрольна робота № 6: до 25 практичного заняття 2 семестру.

Студенти мають право на одне перескладання кожної контрольної роботи у визначений викладачем термін.

У випадку встановлення фактів порушення студентами академічної доброчесності передбачених пунктом 9.8.2 «Положення про організацію освітнього процесу у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка» що діє від 07.05.2018, вони будуть притягнуті до відповідальності передбаченої пунктом 9.8.3 цього положення.

Неформальна освіта. Замість самостійної роботи студенту можуть бути зараховані результати неформальної освіти, якщо вона здобута упродовж поточного семестру, її тематика та обсяг відповідають дисципліні "Алгебра та геометрія" та погоджені попередньо з викладачем.

7.3 Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

**8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ**

СЕМЕСТР 1

№ лекції	Назва лекції (теми)	Кількість годин		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
Частина 1. Метод координат і криві 2 порядку				
1-2	Тема 1. Векторна алгебра. Пряма і площина в просторі. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	6	6	12
3-4	Тема 2. Криві та поверхні другого порядку <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	6	4	12
Контрольна робота № 1			2	
Частина 2. Властивості визначників матриць і систем лінійних рівнянь				
5-6	Тема 3. Визначники, властивості визначників, методи їх обчислення. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	6	4	14
7-8	Тема 4. Системи лінійних рівнянь. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	6	6	14
9-10	Тема 5. Інваріанти матриць, системи лінійних рівнянь в матричному виді і лінійно залежні системи. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань	6	6	14
Контрольна робота № 2			2	
Частина 3. Поле комплексних чисел і многочлени				
11-12	Тема 6. Поле комплексних чисел. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	6	4	14
13-14	Тема 7. Кільце многочленів та раціональні функції. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	6	6	14
Контрольна робота № 3			2	

Загальний обсяг – 180 год., в тому числі:

Лекцій — **42 год.**

Практичні заняття – **42 год.**

Консультації - **2 год.**

Самостійна робота – **94 год.**

СЕМЕСТР 2

№ лекції	Назва лекції (теми)	Кількість годин		
Частина 4. Лінійні простори (теорія)				
1-3	Тема 8. Лінійні простори та підпростори. Розмірність та базис простору. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	8	6	24
4-6	Тема 9. Лінійні перетворення. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	8	8	24
Контрольна робота № 4			2	
Частина 5. Власні числа і теорема Жордана				
7-11	Тема 10. Власні вектори та власні числа. Теорема Жордана. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	10	8	24
Контрольна робота № 5			2	
Частина 6. Евклідові та унітарні простори				
12-13	Тема 11. Евклідові простори. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	8	8	22
14-18	Тема 12. Лінійні оператори в евклідових просторах. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	10	8	24
19	Тема 13. Білінійні та квадратичні форми. <i>Самостійна робота:</i> Робота з лекційним матеріалом. Виконання домашніх завдань.	6	6	20
Контрольна робота № 6			2	

Загальний обсяг – 240 год., в тому числі:

Лекцій — 50 год.

Практичні заняття – 50 год.

Консультації - 2 год.

Самостійна робота — 138 год.

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА

Основна:

1. Чарін В.С. Лінійна алгебра. К: Техніка, 2003.
2. Булдигін В. В., Алексеева І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Коновалова Н. Р., Федорова Л. Б. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. К.: ТВіМС, 2011.
3. Маринич О.В., Проскурін Д.П. Скінченновимірний лінійний аналіз. Теорія визначників. К.: Центр Навчальної Літератури, 2014.
4. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.

5. Зайцева Л.Л., Нетреба А.В. Збірник задач з аналітичної геометрії. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2008. – 200 с.
6. Рудавський Ю.К, Костробій П.П., Луник Х. П., Уханська Д.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. підручник - Львів: Видавництво: Бескид Біт, 2002. - 262 с.

Додаткова:

1. Бондарчук Ю.В., Олійник Б.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія (для студентів-інформатиків). Київ. 2009.
https://www.ukma.edu.ua/~bogd/Lin_Algebra/PosibnykAlg.pdf
2. Strang G. Linear Algebra and Its Applications, 4th Edition. 2006.
3. Lang S. Linear Algebra (Undergraduate Texts in Mathematics), 3rd Edition, 1987.
4. Борисенко О. А. Аналітична геометрія. Електроний ресурс ХНУ, 243 с
5. Ямпольський О. Л. Аналітична геометрія. Криві і поверхні другого порядку: загальна теорія : навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії для студентів математичних факультетів університетів/ – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2021. – 96 с.
6. Рудавський Ю.К, Костробій П.П., Уханська Д.В та ін. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії: Навч. підручник - Львів: Видавництво Бескид Біт, 2002. - 256 с.

Інтернет-ресурси

1. Б.В. Довгай, С.С. Шестаков. Комплексні числа та многочлени: посібник до розв’язання задач . – 2017.- 46 с.
[http://do.unicyb.kiev.ua/index.php/uk/2011-01-03-16-37-54?task=download&cid\[0\]=42](http://do.unicyb.kiev.ua/index.php/uk/2011-01-03-16-37-54?task=download&cid[0]=42)
2. Тменова Н.П., Шестаков С.С. Лінійні векторні простори. К. 2013.
[http://do.unicyb.kiev.ua/index.php/uk/2011-01-03-16-37-54?task=download&cid\[0\]=27](http://do.unicyb.kiev.ua/index.php/uk/2011-01-03-16-37-54?task=download&cid[0]=27)