

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Кафедра теорії та технології програмування



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ ТА МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА

для студентів

галузь знань 12 – Інформаційні технології  
спеціальність 124 – «Системний аналіз»  
освітній рівень бакалавр  
освітня програма Системний аналіз  
вид дисципліни обов'язкова

Форма навчання денна  
Навчальний рік 2021/2022  
Семестр 4  
Кількість кредитів ECTS 4  
Мова викладання, навчання та оцінювання українська  
Форма заключного контролю залік

Викладачі: д.ф.-м.н., проф. Нікітченко М.С. (лекції),  
к.ф.-м.н., доц. Зубенко В.В. (практичні заняття).

Пролонговано: на 20/20/20 р.р. (місяць, ПІБ, дата) «31» 08 2022 р.  
на 20/20/20 р.р. (місяць, ПІБ, дата) « » 20 р.





**1. Мета дисципліни** – засвоєння базових знань з основ математичної логіки та теорії алгоритмів, включаючи вивчення семантичних моделей та формальних мов логіки, вивчення формально-аксіоматичних логічних систем та систем пошуку доведень, вивчення формальних моделей алгоритмів та алгоритмічно обчислюваних функцій, питань обчислюваності, розв'язності та нерозв'язності масових проблем.

## **2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни:**

*Знати:* базові поняття дискретної математики: основи теорії множин, теорії відношень, теорії булевих функцій.

*Вміти:* встановлювати основні теоретико-множинні співвідношення, використовувати апарат теорії булевих функцій.

## **3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Теорія алгоритмів та математична логіка» є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за першим (*бакалаврським*) рівнем вищої освіти *галузі знань* №12 «Інформаційні технології» зі *спеціальності* №124 «Системний аналіз» *освітньо-професійної програми* „Системний аналіз”.

Дана дисципліна є обов'язковою навчальною за *програмою „Системний аналіз”*

Викладається у 4 семестрі 2 курсу в **обсязі – 120 год. (4 кредити ECTS)**, зокрема: *лекції –30 год., практичні заняття – 30 год., самостійна робота –60 год.* У курсі передбачено 4 *контрольні роботи*. Завершується дисципліна – **заліком в 4 семестрі.**

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати** основні поняття, засоби і методи математичної логіки та теорії алгоритмів, їхні застосування в галузі системного аналізу й інформаційних технологій; мови пропозиційної логіки та логіки 1-го порядку, їхні можливості для опису предметних областей; мати сучасні уявлення про основні методи пошуку доведень та засоби логічного виведення, знати основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій; властивості рекурсивних та рекурсивно перелічних множин, рекурсивних та частково-рекурсивних предикатів, арифметичних множин та предикатів; мати сучасні уявлення про розв'язність, часткову розв'язність та нерозв'язність масових проблем;

**вміти** описувати засобами формальних мов твердження стосовно тих чи інших предметних областей; встановлювати істинність та виконуваність, наявність логічного наслідку; встановлювати виразність та невиразність (використовуючи метод автоморфізмів) предикатів у моделях мови; проводити виведення в численнях Гільбертівського типу, резолютивні виведення, виведення в численнях Генценівського типу (секвенційних численнях), будувати формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, використовувати тезу Чорча; встановлювати розв'язність, часткову розв'язність та нерозв'язність масових проблем, їх звідності.

## **4. Завдання (навчальні цілі):**

набуття знань, умінь та навичок (компетенцій) на рівні новітніх досягнень у математичній логіці та теорії алгоритмів відповідно до кваліфікації фахівця з системного аналізу.

Зокрема, розвивати:

- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (K2);
- здатність планувати та управляти часом (K4);
- здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел (K7);
- здатність генерувати нові ідеї (креативність) (K11);

- здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів (K18);
- здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, виокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежності між ними (K20);
- здатність формулювати задачі оптимізації при проектуванні систем управління та прийняття рішень, а саме: математичні моделі, критерії оптимальності, обмеження, цілі управління; обирати раціональні методи та алгоритми розв'язання задач оптимізації та оптимального керування (K21);
- здатність організувати роботу з аналізу та проектування складних систем, створення відповідних інформаційних технологій та програмного забезпечення (K24).

### 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН1.1	<i>Знати</i> основні поняття, засоби і методи математичної логіки, їх застосування в інформаційних технологіях та системному аналізі, знати мови пропозиційної логіки та логіки 1-го порядку, їх можливості для опису предметних областей.	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота</i>	18%
РН1.2	<i>Знати</i> основні методи пошуку доведень та засоби логічного виведення: метод резолюцій, числення гільбертівського та генценівського типу).	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота</i>	18%
РН1.3	<i>Знати</i> основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, їх властивості, тезу Чорча, знати кодування та нумерації, універсальні функції та програми	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота</i>	18%
РН2.1	<i>Вміти</i> описувати засобами формальних мов 1-го порядку твердження стосовно тих чи інших предметних областей; встановлювати істинність пропозиційних формул, безкванторних формул, формул 1-го порядку; встановлювати наявність логічного наслідку; встановлювати виразність та невиразність предикатів у моделях мови. проводити виведення в пропозиційних численнях та в першопорядкових численнях генценівського типу	<i>Практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота</i>	18%
РН2.2	<i>Вміти</i> проводити виведення в пропозиційних численнях та в першопорядкових численнях генценівського типу	<i>Практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота, поточне оцінювання</i>	18%
РН3.1	<i>Обґрунтовувати</i> власний погляд на задачу та спосіб її розв'язання, спілкуватися з колегами з питань застосування апарату математичної логіки та теорії алгоритмів.	<i>Практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Поточне оцінювання</i>	10%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни Програмні результати навчання	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	3.1
<i>(з опису освітньої програми)</i>						
<b>ПР 2.</b> Вміти розпізнавати стандартні схеми для розв'язання комбінаторних та логічних задач, що сформульовані природною мовою; застосовувати класичні алгоритми для перевірки властивостей та класифікації об'єктів, множин, відношень, графів, груп, кілець, решіток, булевих функцій тощо.	+	+	+	+	+	+
<b>ПР15.</b> Розуміти українську та іноземну мови на рівні, достатньому для обробки фахових інформаційно-літературних джерел, професійного усного і письмового спілкування, написання текстів за фаховою тематикою.						+

## 7. Схема формування оцінки

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - семестрове оцінювання:

1. Контрольна робота 1: РН 1.1, РН 2.2 – 20 балів / 12 балів.
2. Контрольна робота 2: РН 1.1, РН 2.1 – 20 балів / 12 балів.
3. Контрольна робота 3: РН 1.2, РН 1.3, РН 2.2 – 20 балів / 12 балів.
4. Контрольна робота 4 (питання з лекційного курсу): РН 1.1 – РН 1.3 – 20 балів / 12 балів.
5. Робота студентів на практичних заняттях (поточне оцінювання): РН2.2, РН 3.1 – 20 балів/ 12 балів.

- підсумкове оцінювання у формі заліку. Виставляється за результатами роботи студентами впродовж усього семестру та не передбачає додаткових заходів оцінювання для успішних студентів.

### 7.2 Організація оцінювання:

#### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до 5 тижня семестру.
2. Контрольна робота 2: до 9 тижня семестру.
3. Контрольна робота 3: до 13 тижня семестру.
4. Контрольна робота 4: до 14 тижня семестру.
5. Робота студентів на практичних заняттях: протягом семестру.

Студент має право на одне перескладання кожної контрольної роботи із можливістю отримання максимально 80% початково визначених за цю контрольну роботу балів. Термін перескладання визначається викладачем.

## Перелік питань з курсу

01. Основні поняття логіки. Становлення та розвиток логіки. Предмет математичної логіки. Основні закони традиційної логіки.
02. Поняття висловлення, предиката, числення; формальні системи. Поняття логічної системи. Поняття алгоритму; алгоритмічна обчислюваність, перелічність, розв'язність.
03. Пропозиційна логіка. Композиції пропозиційного рівня (логічні зв'язки). Мова ПЛ. Тавтології.
04. Логічний (тавтологічний) наслідок, логічна (тавтологічна) еквівалентність. Теорема еквівалентності. Логічний наслідок для множин формул.
05. Пропозиційне числення. Приклади виведень в ПЧ. Теорема тавтології, наслідки ТТ. Коректність, повнота, розв'язність ПЧ.
06. Пошук виведень. Метод резолюцій для пропозиційної логіки.
07. Поняття секвенції. Секвенційні форми, секвенційні дерева. Пропозиційне секвенційне числення. Теореми коректності та повноти ПСЧ, доведення повноти методом модельних (Хінтікківських) множин.
08. Формальні моделі алгоритмів.
09. Частково рекурсивні функції. Програмовані функції. Теза Чорча.
10. Нумерації. Універсальні функції.
11. Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини. Рекурсивні та частково рекурсивні предикати.
12. Нерозв'язність та часткова розв'язність. Індексні множини. Теореми Райса, Райса-Шапіро.
13. Звідності. Відносна обчислюваність. Складність обчислень. Арифметична ієрархія.
14. Композиційні системи, композиційні алгебри. Композиції номінативного рівня. Реномінації. Суперпозиції. Квантори. Композиції рівності.
15. Реномінативні неокласичні числення Гільбертівського та Генценівського типу, їх коректність та повнота.
16. Класичні логіки 1-го порядку, їх мови. Терми, формули. Вільні, зв'язані змінні. Колізії. Замкнені формули.
17. Інтерпретації мов 1-го порядку. Алгебраїчні системи (АС). Виразність предикатів, множин, функцій в АС.
18. Мова арифметики. Арифметичні предикати, множини, функції. Істинні арифметичні формули.
19. Істинність та виконуваність формул. Всюди істинні формули. Тавтології. Істинність та скінченно-істинність.
20. Тавтологічний, логічний, слабкий логічний наслідок. Відношення логічного наслідку для множин формул.
21. Логічна еквівалентність. Еквівалентні перетворення формул. Теорема еквівалентності; теореми рівності.
22. Пренексні операції. Пренексна нормальна форма. Сколемівська нормальна форма.
23. Гомоморфізми, ізоморфізми, автоморфізми АС. Підсистеми. Фактор-системи; канонічний гомоморфізм.
24. Теореми про гомоморфізми, ізоморфізм. Елементарна еквівалентність, зв'язок з ізоморфізмом.
25. Теорема виразності. Доведення невиразності предикатів за допомогою автоморфізмів.
26. Теорії 1-го порядку ( $Th_1$ ); логічні аксіоми і правила виведення. Приклади  $Th_1$ ; числення предикатів 1-го порядку, формальна арифметика. Моделі  $Th_1$ ; теорема істинності.
27. Теорема тавтології, її використання для виведень в  $Th_1$ . Теорема дедукції.
28. Поняття несуперечливості та максимальності (повноти) теорій 1-го порядку. Теорема Лінденбаума.
29. Поняття перелічності та розв'язності теорій 1-го порядку. Теорема про розв'язність.

30. Теорема Гьоделя про повноту. Теорема компактності.
31. Теореми Льовенгейма-Сколема. Парадокси Сколема. Нестандартні моделі формальної арифметики.
32. Категоричність теорій 1-го порядку. Теорема Лося-Воота.
33. Теореми Гьоделя про неповноту, їх значення.
34. Теорема Ербрана. Метод спростування Ербрана.
35. Поняття уніфікатора; найзагальніший уніфікатор. Метод резолюцій для логік 1-го порядку.
36. Секвенційні числення класичних логік 1-го порядку. Теорема про контрмоделі, теореми коректності та повноти.
37. Наслідки теореми повноти секвенційних числень. Теореми компактності.

### 7.3 Шкала відповідності оцінок

Зараховано / Passed	60-100
Не зараховано / Fail	0-59

## 8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій і практичних занять

№ лекції	Назва лекції	Кількість годин		
		Лекції	Практ. заняття	Сам. р-та
<b>Частина 1. «Основи математичної логіки»</b>				
1.	<b>Тема 1.</b> Основні поняття логіки. <i>Самостійна робота:</i> Софізми. Парадокси. Розвиток основних понять логіки.	2	2	4
2-3.	<b>Тема 2.</b> Пропозиційна логіка. Теорема тавтологій. <i>Самостійна робота:</i> Композиційно-номінативний підхід до побудови програмно-орієнтованих логічних формалізмів. Доведення теореми тавтології.	2	4	4
4.	<b>Тема 3.</b> Секвенційне та резолюційне числення. <i>Самостійна робота:</i> Метод модельних множин. Реномінативні числення. Реномінативні та безкванторно-функціональні логіки з рівністю.	2	2	4
5-6.	<b>Тема 4.</b> Логіки 1-го порядку. <i>Самостійна робота:</i> Класичні алгебраїчні системи, їх властивості.	2	4	4
7-8.	<b>Тема 5.</b> Числення логік 1-го порядку. Теорії 1-го порядку. Теорема Гьоделя про повноту. Секвенційні числення. <i>Самостійна робота:</i> Сколемівська нормальна форма. Сколемізація, інверсна сколемізація.	2	4	4
Контрольна робота № 1		2		
Всього по частині 1		12	16	20
<b>Частині 2. «Формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій. Нумерації»</b>				
9-10.	<b>Тема 6.</b> Формальні моделі алгоритмів. <i>Самостійна робота:</i> Фактор-системи. Канонічний гомоморфізм. Теореми про гомоморфізми та ізоморфізм.	2	4	6
11.	<b>Тема 7.</b> Частково рекурсивні функції. Програмовані	2	2	6

	функції. Теза Чорча. <b>Самостійна робота:</b> Логіки квазіарних предикатів. Неокласичні логіки еквітонних предикатів кванторного рівня; семантичні властивості; нормальні форми.			
12.	<b>Тема 8.</b> Нумерації. Універсальні функції. <b>Самостійна робота:</b> Логіки еквітонних предикатів функціональних рівнів.	2	2	8
Контрольна робота № 2		2		
Всього по частині 2		8	8	20
<b>Частина 3. «Розв'язність та нерозв'язність. Звідності. Складність обчислень»</b>				
13.	<b>Тема 9.</b> Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини. Рекурсивні та частково рекурсивні предикати <b>Самостійна робота:</b> Теорема редуції. Синтаксичні теореми еквівалентності, рівності.	2	2	6
14.	<b>Тема 10.</b> Нерозв'язність та часткова розв'язність. Індексні множини. Теореми Райса, Райса-Шапіро. <b>Самостійна робота:</b> Числення Гільбертівського типу неокласичних логік 1-го порядку. Доведення теореми Гьоделя про повноту. Теорема Ербрана.	2	2	6
15.	<b>Тема 11.</b> Звідності. Відносна обчислюваність. Складність обчислень. Арифметична ієрархія. <b>Самостійна робота:</b> Алгоритми знаходження найзагальнішого уніфікатора. Повнота методу резолюцій. Секвенційні числення логік функціональних рівнів. Теорема Генцена про елімінацію перетинів.	2	2	8
Контрольна робота № 3		2		
Контрольна робота № 4		2		
Всього по частині 3		10	6	20
<b>ВСЬОГО</b>		30	30	60

Загальний обсяг – **120 год.**, у тому числі:

Лекцій – **30 год.**,

Практичних занять – **30 год.**,

Самостійна робота – **60 год.**

## 9. Рекомендовані джерела:

### Основні:

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К., 2008.
2. Трохимчук Р. М., Нікітченко М. С. Дискретна математика у прикладах і задачах. Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. - Київ : Київський університет, 2017. - 248 с.
3. Зубенко В.В., Шкільняк С.С. Основи математичної логіка: навчальний посібник. К.: НУБіП України, 2020.– 102 с.

### Додаткові:

1. Клини С. Математическая логика. – М.: Наука, 1973.
2. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., 2001.

3. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М., 1976.
4. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Прикладна логіка. – К., 2013.
5. Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М., 1994.
6. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра, языки, программирование. – К., 1978.
7. Зубенко В.В., Омельчук Л.Л. Програмування. – К., 2011.
8. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А. та ін. Основи дискретної математики. – К., 2002.
9. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М., 1983.