

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА  
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ  
КАФЕДРА МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ**



## **РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **Рівняння математичної фізики**

галузь знань                      **12 «Інформаційні технології»**  
спеціальність                    **124 «Системний аналіз»**  
освітній рівень                 **бакалавр**  
освітня програма               **«Системний аналіз»**

вид дисципліни                **обов'язкова**

Форма навчання	<b>денна</b>
Навчальний рік	<b>2023/2024</b>
Семестр	<b>8</b>
Кількість кредитів ECTS	<b>3</b>
Мова викладання, навчання та оцінювання	<b>українська</b>
Форма заключного контролю	<b>залік</b>

Викладач: **к. ф.-м. н., доцент Черній Д.І.**

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н. р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_»\_\_ 20\_\_ р.

на 20\_\_/20\_\_ н. р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_»\_\_ 20\_\_ р.

**КИЇВ – 2020**

Розробник:

**Черній Дмитро Іванович**, к. ф.-м.н., доцент кафедри моделювання складних систем.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри моделювання складних систем

  
\_\_\_\_\_ (Черній Д.І.)

Протокол № 1 від «28» серпня 2020 р.

Схвалено Гарантом освітньо-професійної програми першого рівня вищої освіти

«Системний аналіз» Шарапов М.М. Шарапов

«28» серпня 2020 року

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «28» серпня 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_

(підпис)

(Омельчук Л.Л.)  
(прізвище та ініціали)

«28» серпня 2020 року

**1. Мета дисципліни** –засвоєння основних теоретичних положень та опанування методів розв’язання диференціальних рівнянь в частинних похідних, методів розв’язання початково-крайових задач та задач Коші, дослідження коректності постановок граничних задач, опанування методів побудови математичних моделей різноманітних фізичних процесів у вигляді граничних задач для рівнянь в частинних похідних.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни.** Для успішного вивчення дисципліни «Рівняння математичної фізики» студент повинен відповідати наступним вимогам:

1. *Успішне опанування курсів:* «Математичний аналіз», «Диференціальні рівняння», «Алгебра», «Аналітична геометрія».
2. *Знати:* основні розділи з математичного аналізу, алгебри та аналітичної геометрії.
3. *Вміти:* знаходити похідні, обчислювати інтеграли, досліджувати функції на екстремум, розв’язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь з параметрами, володіти методами матричної алгебри.
4. *Володіти:* навичками помічати похідні та первісні від основних математичних функцій у різних математичних виразах; складати системи алгебраїчних рівнянь; методами обчислень коренів многочленів, Методами дослідження якісних характеристик побудованих математичних моделей.

**3. Анотація навчальної дисципліни.** У поняття методів математичної фізики включаються математичні методи, які застосовуються для побудови і вивчення математичних моделей, що описують широкий спектр фізичних явищ та процесів. Методи математичної фізики застосовні, також для побудови математичних моделей систем та досліджень їх властивостей та поведінки. Навчальна дисципліна “Рівняння математичної фізики” включає, як основні елементи теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних другого порядку, так і як основні елементи теорії із застосуванням методів інтегральних рівнянь. Навчальна дисципліна “Рівняння математичної фізики” є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти Галузі знань 12 «Інформаційні технології» в рамках освітньо-професійної програми «Системи і методи прийняття рішень». Дана дисципліна належить до переліку нормативних дисциплін, спеціалізація «Системний аналіз» та «Прикладна статистика». Викладається у 2 семестрі 4 курсу в **обсязі – 90 год., (3 кредити ECTS)** зокрема: лекції – 14 год., практичні заняття – 14 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 60 год. У курсі передбачено 2 змістових частини та 2 контрольні роботи. Завершується дисципліна – **заліком**.

#### **4. Завдання (навчальні цілі).**

Основними завданнями дисципліни «Рівняння математичної фізики» є набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) відповідно до освітнього ступеню «бакалавр», за спеціальністю «системний аналіз», які формують здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми системного аналізу у професійній діяльності або процесі навчання, що передбачають застосування теоретичних положень та методів системного аналізу та інформаційних технологій та характеризуються комплексністю та невизначеністю умов.

Зокрема, розвивати:

- K02: здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- K05: здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово;
- K07: здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;
- K20: здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, виокремлювати в них стохастичні та невизначені по-

казники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежності між ними;

- K24: здатність організувати роботу з аналізу та проектування складних систем, створення відповідних інформаційних технологій та програмного забезпечення;
- K25: здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі.

## 5. Результати навчання за дисципліною.

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
PH 1.1	Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота, опрацювання рекомендованої літератури, виконання домашніх завдань	Контрольні роботи № 1,2, поточне оцінювання	30 %
PH 2.1	Вміти використовувати методи математичної фізики в задачах механіки, біології, економіки, керування, вибрати системний підхід до побудови динамічних моделей.			30 %
PH 3.1	Обґрунтовувати власний погляд на задачу, спілкуватися з колегами з питань розв'язування задач, складати письмові звіти.			20 %
PH 4.1	Організувати свою самостійну роботу для досягнення результату			20 %

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання.

Результати навчання дисципліни	PH 1.1	PH 2.1	PH 3.1	PH 4.1
<b>Програмні результати навчання</b> (з опису освітньої програми)				
<b>ПРО1.</b> Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.	+	+	+	+

<b>ПР04.</b> Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.	+	+		
<b>ПР09.</b> Вміти створювати ефективні алгоритми для обчислювальних задач системного аналізу та систем підтримки прийняття рішень.	+	+	+	
<b>ПР15.</b> Розуміти українську та іноземну мови на рівні, достатньому для обробки фахових інформаційно-літературних джерел, професійного усного і письмового спілкування, написання текстів за фаховою тематикою.			+	+

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1 Форми оцінювання студентів:

#### Семестрове оцінювання:

Максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: **100 балів:**

1. Контрольна робота 1 з першої частини: РН1.1 – 40 балів / 24 бали.
2. Контрольна робота 2 з другої частини: РН2.1. – 40 балів / 24 бали.
3. Поточне оцінювання: РН1.1, РН2.1., РН3.1, РН4.1 – 20 балів / 12 балів.

- підсумкове оцінювання у формі заліку. Виставляється за результатами роботи студентами впродовж усього семестру та не передбачає додаткових заходів оцінювання для успішних студентів.

Завдання контрольних робіт відповідають змісту практичних занять відповідної частини.

### 7.2 Організація оцінювання

#### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до 5 тижня 8 семестру включно.
2. Контрольна робота 2: до 10 тижня 8 семестру включно.

Студенти мають право на одне перескладання кожної контрольної роботи у визначений викладачем термін із можливістю отримання максимально 80 % початково визначених за цю контрольну роботу балів.

У випадку встановлення фактів порушення студентами академічної доброчесності передбачених пунктом 9.8.2 «Положення про організацію освітнього процесу у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка», що діє від 07.05.2018, вони будуть притягнуті до відповідальності, передбаченої пунктом 9.8.3 цього положення.

### 7.3 Шкала відповідності оцінок

Зараховано / Satisfactory	60-100
Не зараховано / Fail	0-59

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ лекції	Назва лекції (теми)	Кількість годин		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
<b>Модуль 1. Математичні моделі фізичних процесів. Постановка граничних задач.</b>				
1	<b>Тема 1.</b> Предмет та метод дисципліни. Диференціальні оператори, символи. Оператор Гамільтона (набла), Оператор Лапласа (дельта). Скалярні та векторні властивості диференціальних операторів. Поняття узагальнених функцій, приклади. Диференціювання узагальнених функцій, приклади. <i>Самостійна робота:</i> Диференціальні оператори в $n$ -вимірних просторах.	1		4
2	<b>Тема 2.</b> Класифікація рівнянь в частинних похідних. Класифікація квазілінійних рівнянь другого порядку з двома незалежними змінними. Класифікація квазілінійних рівнянь другого порядку з $n > 2$ незалежними змінними/ <i>Самостійна робота:</i> Загальний принцип класифікації рівнянь і систем рівнянь в частинних похідних.	1	1	4
3	<b>Тема 3.</b> Постановка класичних задач математичної фізики. Граничні задачі для еліптичних, параболічних та гіперболічних рівнянь в частинних похідних. Класичний та узагальнений розв'язки. <i>Самостійна робота:</i> Коректність задач математичної фізики.	1	1	4
4	<b>Тема 4.</b> Методи побудови розв'язків граничних задач та задач Коші для класичних граничних задач математичної фізики. Фундаментальні розв'язки основних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами (Гельмгольца, теплопровідності, хвильового). Побудова розв'язку задачі Коші рівнянь теплопровідності та хвильового. Функції Гріна для основних граничних задач рівнянь Гельмгольца, теплопровідності, хвильового. Інтегральне представлення розв'язків основних граничних задач через функцію Гріна. <i>Самостійна робота:</i> Побудова функцій Гріна для канонічних областей.	1	1	4
5	<b>Тема 5.</b> Метод відокремлення змінних (метод Фур'є). Метод відокремлення змінних (метод Фур'є) в початково-крайових задачах параболічного типу. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є) в початково-крайових задачах гіперболічного типу. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є) в	1	1	4

	крайових задачах еліптичного типу. <i>Самостійна робота:</i> Задача Штурма-Ліувіля.			
6	<b>Тема 6.</b> Гармонічні функції та їх властивості, рівняння Гельмгольца. Властивості гармонічних функцій, теорема про середнє значення гармонічної функції, принцип максимуму гармонічної функції, регулярність на нескінченості гармонічних функцій. Теорема єдності гармонічних функцій. Джерела виникнення рівняння Гельмгольца. Порухення єдності розв'язків рівняння Гельмгольца. Умови регулярності Зомерфельда. <i>Самостійна робота:</i> Вигляд оператора Лапласа в ортогональних системах координат.	1		4
7	<b>Тема 7.</b> Теорія потенціалів для оператора Лапласа та Гельмгольца для двовимірного та тривимірного випадків. Властивості потенціалів об'єму, простого та подвійного шару поза областю інтеграції. Теорема про перші похідні потенціалу об'єму. Теорема про другі похідні потенціалу об'єму. Теорема про пряме та граничне значення потенціалу подвійного шару. <i>Самостійна робота:</i> Теорема про пряме та граничне значення нормальної похідної потенціалу простого шару.		2	4
8	<b>Тема 8.</b> Використання теорії потенціалів для дослідження граничних задач рівняння Лапласа та Гельмгольца. Граничні інтегральні рівняння для основних граничних задач рівняння Лапласа та Гельмгольца. Теорема про існування розв'язку внутрішньої задачі Діріхле та зовнішньої задачі Неймана. Теорема про існування розв'язку зовнішньої задачі Діріхле та внутрішньої задачі Неймана. Теорема існування розв'язку для першої та другої граничної задачі рівняння Гельмгольца. <i>Самостійна робота:</i> Особливості дослідження граничних задач рівняння Лапласа на площині.	1		4
Контрольна робота 1			2	
<b>Модуль 2. Методи розв'язання граничних задач математичної фізики.</b>				
9	<b>Тема 9.</b> Зведення задач до інтегральних рівнянь. Зведення крайових та початково-крайових задач до інтегральних рівнянь. Постановка задач з рухомими границями. <i>Самостійна робота:</i> Постановка задач з вільними границями.	1	2	4

10	<p><b>Тема 10.</b> Математичні моделі руху ідеальної рідини нтегральні закони збереження маси, імпульсу та повної енергії, диференціальні рівняння руху ідеальної рідини. Рівняння стану речовини. Граничні умови на поверхні твердого тіла і рідини, на границі двох різних середовищ. Спрощені моделі руху рідини, ізоентропічні та потенціальні рухи, моделі.</p> <p><i>Самостійна робота:</i> Лінеарізовані моделі руху рідини, модель акустики, модель обтікання тонкого тіла.</p>	1	2	4
11	<p><b>Тема 11.</b> Математичні моделі руху в'язкої рідини. Закони збереження маси імпульсу та енергії для в'язкої рідини в диференціальні та інтегральній формах. Тензор в'язких напружень.</p> <p><i>Самостійна робота:</i> Граничні умови для в'язкої рідини.</p>	1		4
12	<p><b>Тема 12.</b> Математичні моделі розповсюдження тепла та дифузії речовини.</p> <p>Інтегральний закон збереження теплової енергії, закон Фур'є, диференціальне рівняння теплопровідності. Початкові та граничні умови. Частинні випадки рівняння теплопровідності.</p> <p><i>Самостійна робота:</i> Закон збереження маси в процесах дифузії в інтегральні та диференціальній формах.</p>	1		4
13	<p><b>Тема 13.</b> Математичні моделі теорії пружності. Поняття тензорів напруження та деформації, головні вісі тензорів деформації та напруження. Закони рівноваги елементів об'єму та елементу поверхні. Закон Гука. Статичні та динамічні рівняння теорії пружності. Запис системи рівнянь в переміщеннях. Граничні умови на границі тіла.</p> <p><i>Самостійна робота:</i> Моделі коливання струни, мембрани, коливання та кручення стрижня.</p>	1		4
14	<p><b>Тема 14.</b> Математичні моделі електростатики. Закон Кулона, поняття напруженості електростатичного поля, теорем Гауса, потенціальність електростатичного поля точкового та розподіленого зарядів. Поле диполя, поняття потенціалів.</p> <p><i>Самостійна робота:</i> Постановка задач електростатики, граничні умови.</p>	1		4
15	<p><b>Тема 15</b> Математичні моделі магнітостатики. Магнітне поле, дослідження магнітного поля пробним струмом, напруженість магнітного</p>	1		4

поля, закон Біо-Савара-Лапласа. Влостивості стаціонарного магнітного поля. Рівняння магнітостатики. <i>Самостійна робота:</i> Постановка граничних умов.			
Контрольна робота 2		2	
ВСЬОГО	14	14	60

Загальний обсяг 90 годин, в тому числі:

Лекцій – 14 год.,

Практичні – 14 год.

Консультації – 2 год.

Самостійна робота – 60 год.

## 9. Рекомендовані джерела

### *Основні:*

1. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1989.
2. С.Г. Михлин Курс математической физики. – М.: Наука, 1968.
3. Г.Н. Положий Уравнения математической физики М.: Высшая школа 1964.
4. А.Б. Васильев, Н.А. Тихонов Интегральные уравнения, М.: Московский университет, 1989.
5. Довгий С.А., Лифанов И.К., Черний Д.И. Метод сингулярных интегральных уравнений и вычислительные технологии.-К.: Издательство «Юстон» 2016, 380с.
6. Д.І.Черній, та інш. Методичні розробки до вивчення нормативного курсу «Рівняння математичної фізики». Київ -2001р.,-65с.
7. В.П. Михайлов Дифференциальные уравнения в частных производных М.: Наука, 1983.
8. О.А. Ладыженская Краевые задачи математической физики М.: Наука, 1973.
9. В.С. Владимиров Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1986.
10. Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов Сборник задач по математической физике, М.: Наука, 1972.

### *Додаткові:*

1. И.В. Савельев Курс общей физики том 2 Электричества. - М.: Наука, 1968.
2. Ф. Морс, Г. Фешбах Методы теоретической физики, т. 1, М.: Иностранная литература, 1958.
3. В.И. Смирнов Курс высшей математики том IV часть первая. М.: Наука, 1974.
4. Ф. Франк, Р. Мизис Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики (часть вторая). Главная редакция общетехнической литературы, М.: 1937.